*XXV. Nemzetközi Magyar Matematikaverseny*
*Budapest, 2016. március 11–15.*

# 12. osztály

**1. feladat** Az $ABC$ szabályos háromszög köré írt körön a rövidebb $AB$ íven kijelölünk egy $M$ pontot. Bizonyítsa be, hogy $AB^2 \geq 3 \cdot AM \cdot MB$.

*Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)*

**2. feladat** Az ötös lottón 5 számot kell megjelölni az $1, 2, \ldots, 90$ számok közül. Peti egy olyan szelvénnyel játszik, amelyen az 5 megjelölt számban az $1, 2, \ldots, 9$ számjegyek mindegyike pontosan egyszer szerepel, és a 0 számjegy nem fordul elő. Petinek szól a barátja, hogy az aznapi sorsoláson ilyen 5 számot húztak ki, de magukról a kihúzott számokról nem tud semmit sem mondani. Mi a valószínűsége annak, hogy Petinek legalább 4 találata van?

*Remeténé Orvos Viola (Debrecen)*

**3. feladat** Igazolja, hogy $1992 \cdot 2012 \cdot 2016 \cdot 2022 \cdot 2042 + 5^6$ összetett szám.

*Kovács Béla (Szatmárnémeti)*

**4. feladat** Igazolja, hogy ha a $P$ polinom minden együtthatója nemnegatív valós szám, akkor $x > 0$ esetén $P(x)P(\frac{1}{x}) \geq (P(1))^2$.

*Kekeňák Szilvia (Kassa)*

**5. feladat** Egy konvex négyszög oldalainak és átlóinak hossza racionális szám. Mutassa meg, hogy az átlókat a metszéspontjuk racionális hosszúságú szakaszokra osztja.

*Tóth Sándor (Kisvárda)*

**6. feladat** Oldja meg az $x^3 + 2 = 5\sqrt[3]{5x-2}$ egyenletet a valós számok halmazán.

*Bíró Béla (Sepsiszentgyörgy)*