XXV. Nemzetközi Magyar Matematikaverseny
Budapest, 2016. március 11–15.

10. osztály

1. feladat Egy diák megírt már néhány dolgozatot, és az utolsó megírása előtt számolgat: Ha az utolsót 97 pontosra írom, akkor az átlagom 90 pont lesz, ha csak 73 pontra sikerül, akkor 87 pont lesz az átlagom. Hány dolgozatot írt eddig a diák, és mennyi volt az átlagpontszáma?

Katz Sándor (Bonyhád)

2. feladat Hányféleképpen lehet sorrendbe állítani a RENDETLENÜL szó betűit úgy, hogy ne álljon két E betű egymás mellett? (Minden betűt pontosan egyszer használunk fel.)

Bálint Béla (Zsolna)

3. feladat Adott a síkban két egymásra merőleges egyenes, f és g, valamint a g egyenesen két pont, A és B, amelyek egymástól is és a két egyenes metszéspontjától is különböznek. Az f egyenes egy tetszőleges P pontját az adott pontokkal összekötő egyenesekre merőlegeseket állítunk az A és B pontokban. Határozza meg a merőlegesek metszéspontjainak a halmazát, ha P végigfut az f egyenesen.

Kántor Sándorné (Debrecen)

4. feladat Legyen az AB átmérőjű k_1 kör egy A-tól és B-től különböző pontja C. Bocsássunk merőlegest a C pontból AB-re, a merőleges talppontja T. A C középpontú, CT sugarú k_2 kör a k_1 kört a D és E pontokban metszi. A DE és CT szakaszok metszéspontja M, a CA és DE, valamint a CB és DE szakaszok metszéspontjai rendre X és Y. Bizonyítsa be, hogy $MX = MY$.

Bíró Bálint (Eger)

5. feladat Bizonyítsa be, hogy $n+1$ darab különböző, $2n$-nél kisebb pozitív egész szám közül kiválasztható három különböző úgy, hogy ezek közül kettő összege megegyezzen a harmadikkal.

Bencze Mihály (Bukarest)

6. feladat Képezzük az $\{1, 2, 3, \ldots, 2016\}$ halmaz minden nemüres részhalmazát. Az egy részhalmazban lévő számokat szorozzuk össze és vegyük a szorzat reciprokát, majd ezeket adjuk össze. (Ha a halmaz egyelemű, akkor egytényezős szorzatnak tekintjük és ennek vesszük a reciprokát.) Mekkora az így kapott összeg?

Kántor Sándor (Debrecen)