26. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Somorja, 2017. március 23-27.

9. osztály

1. feladat: Adott egy síkon 2017 (különböző) pont úgy, hogy nem esik mind egy egyenesre. Bizonyítsuk be, hogy meg lehet adni a síkon olyan körlapot, amelynek határán rajta van az adott pontok közül legalább három, de a belsejében egy sem.

Dr. Kántor Sándor (Debrecen)

2. feladat: Az ABC derékszögű háromszögben a CB befogó felezőpontja M, az AC befogó felezőpontja N, ahol $|BN| = 19$ és $|AM| = 22$. Mekkora az AB átfogó hossza?

Dr. Kántor Sándorné (Debrecen)

3. feladat: A táblára felírtunk 2015 darab D betűt, 2016 darab B betűt és 2017 darab C betűt. Ketten játszanak. A soron levő játékos letöröl 2 nem egyforma betűt és a harmadikat írja helyükbe. Pld. letöröl egy D-t és egy B-t és felír egy darab C-t. A játék befejeződik, ha csak egyfajta betű maradt a táblán. Ha D betű maradt, akkor a kezdő játékos nyer, ha B maradt, akkor a második nyer, C betű esetén döntetlen. Kinek van nyerő stratégiája? Indokoljátok!

Mészáros József (Jóka)

4. feladat: A valós számok halmazán oldjuk meg a $\sqrt{\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{3}{4}} < \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2}$ egyenlőtlenséget!

Bálint Béla (Zsolna)

5. feladat: Az A természetes szám n darab egyforma számjegyből áll, a B természetes szám szintén n darab egyforma számjegyből áll, a C természetes számot pedig $2n$ darab egyforma számjegy alkotja. Ugyanakkor $n \geq 2$ esetén $A^2 + B = C$ is teljesül. Hány ilyen számjegy hármas teljesíti a feltételeket?

Tóth Sándor (Kisvárda)

6. feladat: Határozzuk meg az összes olyan n természetes számot, amelyekre $n^2 - 10n + 23$, $n^2 - 9n + 31$ és $n^2 - 12n + 46$ prímszámok!

Kiss Alexandra és Fedorszki Ádám (Beregszász)