

25. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Budapest, 2016. március 11-15.

10. osztály

1. feladat: Egy diák megírt már néhány dolgozatot, és az utolsó megírása előtt számolgat: Ha az utolsót 97 pontosra írom, akkor az átlagom 90 pont lesz, ha csak 73 pontra sikerül, akkor 87 pont lesz az átlagom. Hány dolgozatot írt eddig a diák, és mennyi volt az átlagpontszáma?

Katz Sándor (Bonyhád)

2. feladat: Hányféleképpen lehet sorrendbe állítani a RENDETLENÜL szó betűit úgy, hogy ne álljon két E betű egymás mellett? (Minden betűt pontosan egyszer használunk fel.)

Bálint Béla (Zsolna)

3. feladat: Adott a síkban két egymásra merőleges egyenes, f és g , valamint a g egyenesen két pont, A és B , amelyek egymástól is és a két egyenes metszéspontjától is különböznek. Az f egyenes egy tetszőleges P pontját az adott pontokkal összekötő egyenesekre merőlegeseket állítunk az A és B pontokban. Határozza meg a merőlegesek metszéspontjainak a halmazát, ha P végigfut az f egyenesen.

Kántor Sándorné (Debrecen)

4. feladat: Legyen az AB átmérőjű k_1 kör egy A -tól és B -től különböző pontja C . Bocsássunk merőlegest a C pontból AB -re, a merőleges talppontja T . A C középpontú, CT sugarú k_2 kör a k_1 kört a D és E pontokban metszi. A DE és CT szakaszok metszéspontja M , a CA és DE , valamint a CB és DE szakaszok metszéspontjai rendre X és Y . Bizonyítsa be, hogy $MX = MY$.

Bíró Bálint (Eger)

5. feladat: Bizonyítsa be, hogy $n+1$ darab különböző, $2n$ -nél kisebb pozitív egész szám közül kiválasztható három különböző úgy, hogy ezek közül kettő összege megegyezzen a harmadikkal.

Bencze Mihály (Bukarest)

6. feladat: Képezzük az $\{1, 2, 3, \dots, 2016\}$ halmaz minden nemüres részhalmazát. Az egy részhalmazban lévő számokat szorozzuk össze és vegyük a szorzat reciprokát, majd ezeket adjuk össze. (Ha a halmaz egyelemű, akkor egytényezős szorzatnak tekintjük és ennek vesszük a reciprokát.) Mekkora az így kapott összeg?

Kántor Sándor (Debrecen)