

## 25. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Budapest, 2016. március 11-15.

### 10. osztály

**1. feladat:** Egy diák megírt már néhány dolgozatot, és az utolsó megírása előtt számolgat: Ha az utolsót 97 pontosra írom, akkor az átlagom 90 pont lesz, ha csak 73 pontra sikerül, akkor 87 pont lesz az átlagom. Hány dolgozatot írt eddig a diák, és mennyi volt az átlagpontszáma?

*Katz Sándor (Bonyhád)*

**2. feladat:** Hányféleképpen lehet sorrendbe állítani a RENDETLENÜL szó betűit úgy, hogy ne álljon két E betű egymás mellett? (Minden betűt pontosan egyszer használunk fel.)

*Bálint Béla (Zsolna)*

**3. feladat:** Adott a síkban két egymásra merőleges egyenes,  $f$  és  $g$ , valamint a  $g$  egyenesen két pont,  $A$  és  $B$ , amelyek egymástól is és a két egyenes metszéspontjától is különböznek. Az  $f$  egyenes egy tetszőleges  $P$  pontját az adott pontokkal összekötő egyenesekre merőlegeseket állítunk az  $A$  és  $B$  pontokban. Határozza meg a merőlegesek metszéspontjainak a halmazát, ha  $P$  végigfut az  $f$  egyenesen.

*Kántor Sándorné (Debrecen)*

**4. feladat:** Legyen az  $AB$  átmérőjű  $k_1$  kör egy  $A$ -tól és  $B$ -től különböző pontja  $C$ . Bocsássunk merőlegest a  $C$  pontból  $AB$ -re, a merőleges talppontja  $T$ . A  $C$  középpontú,  $CT$  sugarú  $k_2$  kör a  $k_1$  kört a  $D$  és  $E$  pontokban metszi. A  $DE$  és  $CT$  szakaszok metszéspontja  $M$ , a  $CA$  és  $DE$ , valamint a  $CB$  és  $DE$  szakaszok metszéspontjai rendre  $X$  és  $Y$ . Bizonyítsa be, hogy  $MX = MY$ .

*Bíró Bálint (Eger)*

**5. feladat:** Bizonyítsa be, hogy  $n+1$  darab különböző,  $2n$ -nél kisebb pozitív egész szám közül kiválasztható három különböző úgy, hogy ezek közül kettő összege megegyezzen a harmadikkal.

*Bencze Mihály (Bukarest)*

**6. feladat:** Képezzük az  $\{1, 2, 3, \dots, 2016\}$  halmaz minden nemüres részhalmazát. Az egy részhalmazban lévő számokat szorozzuk össze és vegyük a szorzat reciprokát, majd ezeket adjuk össze. (Ha a halmaz egyelemű, akkor egytényezős szorzatnak tekintjük és ennek vesszük a reciprokát.) Mekkora az így kapott összeg?

*Kántor Sándor (Debrecen)*