

## 23. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Csikszereda, 2014. március 12-16.

### 9. osztály

**1. feladat:** Egy könyvtárban megszámozták az összes könyvet. A számozáshoz 1-től kezdődően egymást követő természetes számokat használtak, és ugyanazt a számot nem írták rá két könyvre. A megszámozás során a könyvekre háromszor annyi számjegyet kellett ráírni, mint ahány könyv volt a könyvtárban. Hány könyv volt a könyvtárban?

Oláh György (Révkomárom)

**2. feladat:** Határozd meg az  $(a + b)(b + c)(c + a) = 1144$  egyenlet összes nullától különböző természetes megoldását!

dr. Hraskó András (Budapest)

**3. feladat:** Az  $ABCD$  konvex négyszögben  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $AD = \sqrt{2}$ ,  $\sphericalangle A = 105^\circ$  és  $\sphericalangle B = 60^\circ$ . Számítsd ki a  $CD$  oldal hosszát!

Kovács Lajos (Székelyudvarhely)

dr. András Szilárd (Kolozsvár)

**4. feladat:** Hány valós megoldása van a  $3[x] = 2x^2 + x - 4$  egyenletnek? ( $[x]$  az  $x$  valós szám egész részét jelenti.)

Szabó Magda (Szabadka)

Longáver Lajos (Nagybánya)

**5. feladat:** Egy számítógép segítségével kinyomtatták a  $2^{2014}$  és az  $5^{2014}$  hatványok értékét tízes számrendszerben. Összesen hány számjegyet nyomtattak? (Pl. a 11231 szám kinyomtatásánál 5 számjegyet nyomtatnának.)

dr. Katz Sándor (Bonyhád)

**6. feladat:** a) Határozd meg a síknak egységoldalú szabályos háromszögekkel és egységoldalú szabályos hatszögekkel való összes szabályos lefedését! Egy lefedés azt jelenti, hogy a sokszögek hézag és átfedés nélkül (egyrétűen) lefedik a síkot. A lefedés szabályos, ha léteznek olyan  $a$  és  $b$  nullától különböző természetes számok, amelyekre minden keletkező csúcs körül pontosan  $a$  darab háromszög és  $b$  darab hatszög van, valamilyen rögzített sorrendben.

b) Bizonyítsd be, hogy van olyan, nem feltétlenül szabályos lefedés is (az előbbi háromszögekkel és hatszögekkel), amelyben létezik végtelen sok, páronként különböző mintázat, amely véges sokszor jelenik meg! (Mintázat alatt a lefedés véges sok sokszöge által meghatározott összefüggő alakzatot értünk.)

Zsombori Gabriella (Csikszereda)

dr. András Szilárd, dr. Lukács Andor (Kolozsvár)