XXII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Győr, 2013. március 14-18.

9. osztály

1. feladat: Határozza meg azokat az $m > n > g$ pozitív egész számokat, amelyekre

$$m^2 - n^2 - g^2 = 2ng + 68.$$

Oláh György (Felvidék)

2. feladat: Kukori és Kotkoda egy tojással teli kosárral érkezett a piacra. Az első vevőjük Kopasznyakú volt, aki megvette a tojások felét és még két tojást. A második vevő Kendermagos volt, aki megvette az első vásárlásból megmaradt tojások felét és még két tojást. A harmadik vásárló, Hápogi megvette a második vásárlás után megmaradt tojások felét és még két tojást. A negyedik vásárló, Csőrike megvette a Hápogi vásárlása után megmaradt tojások felét és még két tojást. Csőrike vásárlása után Kotkoda örömmel állapította meg, hogy kiürült a kosár. Mennyi tojást vitt el Kukori és Kotkoda a kosárban a piacra?

Dr. Péics Hajnalka (Délvidék)

3. feladat: Három kör közül mindegyik átmegy a másik kettő középpontján. Mekkora a három kör közös részének a területe?

Pintér Ferenc (Magyarország)

4. feladat: Hányféle módon lehet a 2013-as számot olyan természetes számok összegeként előállítani, az összeadandók sorrendjétől eltekintve, amelyeknek a szorzata is 2013?

Szabó Magda (Délvidék)

5. feladat: Tekintsük az

$$1\cdot 5^0, \quad 1\cdot 5^0 + 2\cdot 5^1, \quad 1\cdot 5^0 + 2\cdot 5^1 + 3\cdot 5^2, \quad \ldots, \quad 1\cdot 5^0 + 2\cdot 5^1 + 3\cdot 5^2 + \ldots + k\cdot 5^{k-1}$$

számokat, ahol k tetszőleges pozitív egész szám és vegyük ezen számok utolsó számjegyét, majd alkossunk ezen számjegyekből egy sorozatot. Mi a sorozat 9024. tagja?

Bíró Béla (Erdély)

6. feladat: Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$|2x-4| - x = \{x\}$$

($\{x\}$ jelöli az x szám törtrészét, azaz x-nek és a legnagyobb, x-nél nem nagyobb egésznek a különbségét. Pl.: $\{3{,}71\} = 3{,}71 - 3 = 0{,}71$, vagy $\{-2{,}4\} = -2{,}4 - (-3) = 0{,}6$.)

Dr. Katz Sándor (Magyarország)