

XV. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Zenta, 2006. márc. 18-22.

9. osztály

1. feladat: Igazoljuk, hogy végtelen sok olyan négyzetszám van, amely felírható a 2 két nemnegatív egész kitevőjű hatványának összegeként. Igaz-e a megfelelő állítás a 3 hatványaira is?

Urbán János (Budapest)

2. feladat: A nyáron egy kis faluban volt az osztály kirándulni. Az egyetlen bolt árukészlete minden reggel ugyanaz volt. Mi voltunk az első vásárlók és a kiflik felét, a zsemlek negyedét, a tej egyötödét elvittük, és ezért 1800 Ft-ot fizettünk. Másnap az előző napival azonos árukészletből a kifliknek és a zsemleknek is a harmadát, a tejnek negyedét vittük el, és most 1500 Ft-ot fizettünk. Harmadnap megint másként rendeltek az osztálytársak, és most a kiflik hatodát, a zsemlek öt tizenketted részét, a tejnek három tized részét vittük el. Mennyit fizettünk a harmadik napon?

Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Az ABC háromszögben D az AB oldal felezőpontja, E az AC oldal, F pedig a BC oldal egy-egy tetszőleges pontja. Bizonyítsuk be, hogy a DEF háromszög területe kisebb az AED és BFD háromszögek területeinek összegénél.

Neubauer Ferenc (Munkács)

4. feladat: Legyen egy háromszög oldalainak hossza rendre a , b , illetve c . Igazoljuk, hogy ha

$$(a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{5})^2 = 10(a^2 + b^2 + c^2),$$

akkor a háromszög derékszögű.

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

5. feladat: Adott a síkban 2006 pont úgy, hogy bármely három által meghatározott háromszög területe legfeljebb 1 egység. Bizonyítsuk be, hogy ezek a pontok lefedhetők egy 4 egységnyi területű háromszöggel.

Óváriné Csabai Mária (Kecskemét)

6. feladat: Jancsi egy 6×7 -es négyzetrács valamelyik mezejére gondolt. Peti szeretné kitalálni, hogy melyik mezőre. Peti rámutat egy mezőre, majd Jancsi a következő válaszok valamelyikét mondja: forró, meleg, langyos, hideg. A válaszadás szabálya a következő: Jancsi forrót mond, ha Peti eltalálta a gondolt mezőt, meleget mond, ha a gondolt mezővel élben szomszédosra mutatott Peti, langyost mond, ha csúcsban szomszédosra mutatott. Végül hideget mond, ha a gondolt és a mutatott mezőnek nincs közös pontja. Ha Peti ügyesen kérdez, akkor legrosszabb esetben hány mutatásra lehet szüksége, hogy ki tudja találni a gondolt mezőt?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)