

## XII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Eger, 2003. ápr. 15-19.

### 9. osztály

**1. feladat:** Az idén, tehát 2003-ban felhívott telefonon egykori matematikatanárom, és egészségi állapotára panaszkodott. Kissé udvariatlanul megkérdeztem, hogy hány éves. Erre a következőt válaszolta:

Ha azt az évszámot, amelyben 43 éves voltam, megszorozom azzal az évszámmal, amelyben 45 éves voltam, majd elosztom születési évszámommal, akkor megkapom azt az évszámot, amelyben... Ekkor megszakadt a vonal, és sokáig nem is tudtam újrahívni. Szerencsére a fent közölt adatokból ki tudtam számolni, hogy melyik évben született. Vajon hány éves most egykori tanárom?

*Katz Sándor (Bonyhád)*

**2. feladat:** Oldjuk meg az  $x + 2y = 4$  és  $2xy - 3z^2 = 4$  egyenletekből álló egyenletrendszert, ha  $x$ ,  $y$  és  $z$  valós számok.

*Oláh György (Komárom)*

**3. feladat:** Az asztalon fekszik néhány kupac kavics. Egy "lépés" jelentse azt, hogy kiválasztunk egy legalább háromelemű kupacot, egy darab kavicsot elveszünk, a maradékot pedig két, nem feltétlenül egyforma, kisebb kupacra osztjuk. El lehet-e érni, hogy néhány lépés után minden kupacban 3 darab kavics legyen, ha kezdetben egyetlen, 2001 darab kavicsot tartalmazó kupac volt az asztalon?

*Erdős Gábor (Nagykanizsa)*

**4. feladat:** Az  $ABCD$  trapéz  $AB$  alapjára mint átmérőre írt kör érinti a  $CD$  alapot és felezi az  $AD$  és  $BC$  szárakat. Mekkora a trapéz szögei?

*Katz Sándor (Bonyhád)*

**5. feladat:** Határozzuk meg az  $n$  egész szám értékeit, melyekre

$$\left\{ \frac{n^2 + n + 1}{6} \right\} + \left\{ \frac{n}{2} \right\} = \left[ \frac{2n}{n+6} \right].$$

( $[x]$  az  $x$  szám egészrésze, tehát az  $x$ -nél nem nagyobb egészek közül a legnagyobb, míg  $\{x\} = x - [x]$ , vagyis  $\{x\}$  az  $x$  szám törtrésze.)

*Kacsó Ferenc (Marosvásárhely)*

**6. feladat:** Egy bogár a  $12m$  oldalhosszúságú  $ABCD$  négyzet  $AB$  oldalának  $B$ -hez közelebb eső harmadolópontjából kiindulva az  $AB$  oldal  $A$ -hoz legközelebb eső hatadolópontjába mászik úgy, hogy közben egy-egy pontban érinti a  $BC$ ,  $CD$ , és  $DA$  oldalakat ebben a sorrendben. Legalább mekkora utat tesz meg a bogár?

*Némethy Katalin (Budapest)*