

## VI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kaposvár, 1997. ápr. 2-6.

### 10. osztály

**1. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy az  $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + m - 5$  függvény grafikonja az  $m$  valós paraméter bármely értékére ugyanazon a ponton halad keresztül. Határozzuk meg ennek a pontnak a koordinátáit!

Zolnai Irén (Újvidék)

**2. feladat:** Az  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalának felezőpontja  $A_1$ ,  $AB$  oldalának felezőpontja  $C_1$ ,  $S$  a háromszög súlypontja. Mekkora a háromszög szögei, ha  $CAA_1\angle = CC_1A_1\angle$ ,  $A_1SC_1\angle = BAC\angle + ACB\angle$ ?

Balácsi Borbála (Beregszász)

**3. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy ha  $p$  és  $q$  5-nél nagyobb prímszám, akkor  $p^4 - q^4$  osztható 60-nal!  
Oláh György (Révkomárom)

**4. feladat:** Legyen  $n > 1$  természetes szám. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a pozitív természetes számok halmazán:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2x_3 \dots x_n &= 1997 \\x_2 + x_1x_3 \dots x_n &= 1997 \\&\vdots \\x_n + x_1x_2 \dots x_{n-1} &= 1997\end{aligned}$$

Veres Pál (Miskolc)

**5. feladat:** Jelölje  $M$  az  $ABCD$  húrnégyszög átlóinak metszéspontját, valamint  $E, F, G, H$  az  $M$  merőleges vetületeit az  $AB, BC, CD, DA$  oldalakra; föltesszük, hogy ezek az oldalak belső pontjai. Igazoljuk, hogy  $M$  az  $EFGH$  négyszög oldalait érintő kör középpontja. Mikor lesz  $EFGH$  húrnégyszög?

Bencze Mihály (Brassó)

**6. feladat:** Van egy igen érdekes zsebszámológépünk, amely mindenféle kiinduló értéket képes fogadni, de ennek bevitele után már csak összeadni, kivonni és reciprokot képezni tud, és mindig pontos értéket ad. A gépnek tetszőlegesen sok memóriája van, amelybe a fenti műveletek végzése közben bármilyen érték bevihető, illetve előhívható onnan. Tehát a számolások során a kiindulási számot és minden részeredményt többször is felhasználhatunk, más számot azonban nem. Ilyen feltételek mellett megkaphatjuk-e az 1-et végeredményül, ha a kiindulási szám

- $\sqrt{19} + 97$
- $\sqrt{19} + \sqrt{97}$ ?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)